ТЕХНИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Наказной Олег Алексеевич, доктор технических наук, профессор кафедры "Многоцелевые гусеничные машины и мобильные роботы" МГТУ им. Н.Э. Баумана

Эксперимент – метод научного исследования, состоящий в исследовании объекта путем создания искусственных условий или использования естественных условий, необходимых для выявления конкретных свойств объекта.

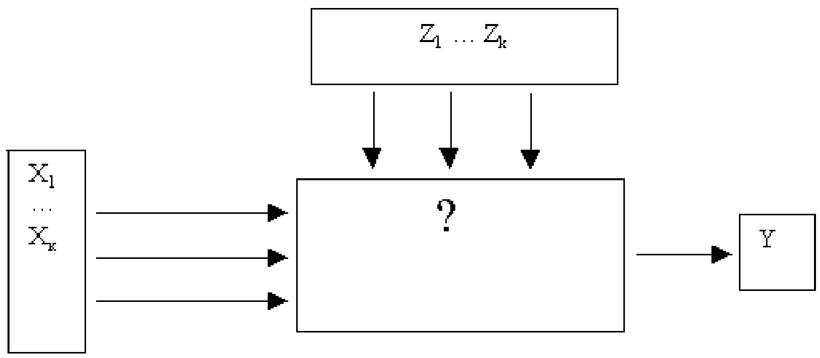
Эксперименты делятся на пассивные и на активные (управляемые). В пассивном имеются только контролируемые, но неуправляемые входные параметры – мы не имеем возможности вмешиваться в ход эксперимента, и выступаем в роли пассивного исследователя. В активном – существуют управляемые и контролируемые входные параметры – мы сами являемся активным участником эксперимента, говоря современным языком – администратором.

Техника эксперимента подразумевает разбивку работы экспериментатора на несколько этапов, которые в общем виде можно представить следующим образом: планирование, проведение и обработка результатов эксперимента. Основу планирования эксперимента составляет математическая статистика (пассивные эксперименты полностью базируются на ней), которая, в свою очередь, базируется на теории вероятностей через значения выходных параметров экспериментальных установок.

Экспериментальные исследования постоянно сопровождают любой исследовательский процесс, в том числе и в педагогической области. При этом всегда задается набор входных и управляющих характеристик, которые контролируются определенным набором статистических значений, получаемых при эксперименте.

В теории и практике экспериментальных исследований используется общепринятая терминология, базовые понятия: объект исследования, фактор, опыт, наблюдение, отклик, план эксперимента и др. Рассмотрим некоторые из них и их место на каждом из этапов экспериментальной деятельности.

Объект исследования рассматривается как носитель некоторых неизвестных или подлежащих исследованию свойств и качеств – своеобразный «черный ящик», в роли которого могут выступать учебные группы, классы, отдельные ученики, слушатели,



студенты. Он представляет собой группу контролируемых и управляемых величин, которые могут изменяться должным образом в ходе эксперимента. Первую группу характеристик объекта исследования ($X_1 \ldots X_к$) также называют факторами или управляемыми воздействиями. Y – функция отклика или поверхность отклика или проще – реакция системы на воздействие факторов. Также можно выделить и третью, не обозначенную на идеальной модели систему входных сигналов – это шумы или помехи, которые в реальной жизни являются не чем иным как

ошибками, влиянием внешней среды, погрешности приборов и т.д. К этой же группе можно отнести влияние тех характеристик, которые не могут контролироваться извне – либо из-за их сложности, либо из-за незнания их природы и невозможности их контроля.

Параметры Z являются управляемыми.

Различные характеристики объектов имеют различную физическую природу, а, следовательно, и размерность, что затрудняет построения экспериментальной модели. Поэтому на практике значения факторов, которые имеют реальный физический смысл, нормируют определенным образом (приводят к определенному ранее заданному набору значений).

Для любого фактора (набора значений) X существует нижний X_{min} и верхний X_{max} уровни изменения значений. Приведем алгоритм нормировки фактора. Практическое его применение можно увидеть в приведенном ниже примере.

- Выбираем масштаб и положение осей координат таким образом,

чтобы X_{min} соответствовало –1, а X_{max} соответствовало +1.

- Вычисляем значение X_0 для данного фактора следующим образом $X_0 = \frac{X_{max} + X_{min}}{2}$.

- Вычисляем интервал изменения фактора $dx = X_0 - X_{min} = X_{max} - X_0$.

- Находим нормированное значение $X_н$ для каждого фактора $X_н = \frac{X - X_0}{dx}$.

Зависимость реакции объекта от точки факторного пространства называется функцией отклика Y, а ее геометрическое представление $Y(x_1, x_2, \ldots, x_i)$ поверхностью отклика. Векторов значений функции отклика может быть столько, сколько опытов мы провели.

ЭТАП ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперимент состоит из опытов (воспроизведение исследуемого явления). Опыты проводят в соответствие с планом эксперимента – совокупности данных, определяющих

$$X_q = \left(X_{1q}, X_{2q}, X_{3q} \ldots X_{nq}\right)$$

число, условия и порядок реализации опытов. Каждый опыт эксперимента характеризуется определенным набором значений факторов. Вектор, содержащий некоторый набор конкретных значений факторов X_I , определяет q-ю точку плана эксперимента. Совокупность векторов X_q (q = 1,n) образует план эксперимента (матрица, содержащая k строк и n столбцов - каждая строка образует точку плана эксперимента, а столбец фактор эксперимента).

X_{11}	X_{21}	X_{31}	…	X_{N1}
X_{12}	X_{22}	X_{32}	…	X_{N2}
…	…	…	…	…
X_{1K}	X_{2K}	X_{3K}	…	X_{NK}

Таким образом, результаты эксперимента заносятся в построенную матрицу эксперимента.

Пример: Найдем случайным образом заданные значения факторов в точках, а также функцию отклика (по нижеследующей формуле)

$Y = 2 * X_{k1} + 4 * X_{k2} + 3 * X_{k3} + \Delta Y$, где по варианту выберем $\Delta Y = 5 * X_{k2} * X_{k1}$, $i = \mathrm{mod}_3(7) + 1 = 2$, $j = \mathrm{mod}_3(24) + 1 = 1$

№	1	X2	X3	У		X1	X2	X3
1	7	10	1	927		1	0.333	-1
2		12	4	184		-0.875	0.667	-0.571
3	6	2	15	242		0.875	-1	1
4		13	14	290		-0.75	0.833	0.857
5		3	3	79		-0.625	-0.833	-0.714
6		4	11	171		-0.375	-0.667	0.428
7		10	10	122		-1	0.333	0.286
8		14	6	228		-0.875	1	-0.286
X0		8	8	434				
dx		6	7					

2) Определим нулевые уровни факторов X_0 и произведем нормировку (найдя диапазон изменения), а также найдем функцию отклика для нулевого уровня факторов

$$X_0 = \frac{X_{\max} + X_{\min}}{2}$$

$$dx = X_0 - X_{min} = X_{max} - X_0$$

$X_н = \dfrac{X - X_0}{dx}$, нормировка производится по данной формуле

3) Найдем опыт, удовлетворяющий критерию отбора

$\begin{matrix} \min((Y - Y_{эт})^2) \\ k = \operatorname{mod}_3 7 + 1 = 2 \end{matrix}$, где $У_{эт}$ значение функции отклика для нулевого уровня факторов.

Таким опытом является четвертый: $Y = 2*3 + 4*13 + 3*14 + \Delta Y = 290$

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

При обработке экспериментальных данных матрица планирования и результаты измерений сводятся в таблицу. При этом возникает необходимость оценки погрешности измерений. Предполагается, что наблюдаемая случайная величина имеет нормальное распределение. Для оценки генерального среднего можно использовать выборочное среднее $\bar{y}$, которое также является случайной величиной с нормальным распределением. Поэтому в каждой строчке итоговой таблицы эксперимента определяется среднее значение отклика в каждом опыте по результатам *m* измерений

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{u=1}^{m} y_{iu}}{m}, \ i = 1,2,\ldots,N.$$

Определяется оценка степени рассеивания замеров в каждом опыте (дисперсия)

$$s_i^2 = \frac{\sum_{u=1}^{m} (y_{iu} - \bar{y}_i)^2}{m-1}, \quad i = 1,2,\ldots,N.$$

Определяется дисперсия воспроизводимости (дисперсия всего эксперимента). Матрица планирования состоит из серии опытов, и дисперсия всего эксперимента выводится как среднее дисперсий всех опытов. По принятой терминологии, речь идет о дисперсии отклика $s_{\{y\}}^2$, или дисперсии воспроизводимости эксперимента $s_{воспр}^2$

$$s_{\{y\}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} s_i^2}{N}.$$

Дисперсию воспроизводимости проще всего рассчитывать, когда соблюдается равенство числа параллельных измерений во всех опытах. На практике число параллельных измерений, как правило, различно. В данном случае приходится пользоваться средним взвешенным значением дисперсий, взятых с учетом числа степеней свободы

$$s^2_{\{y\}} = \frac{s_1^2 f_1 + s_2^2 f_2 + \ldots + s_N^2 f_N}{f_1 + f_2 + \ldots + f_N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i s_i^2}{\sum_{i=1}^{N} f_i} .$$

Проверяется однородность результатов наблюдений.

При обработке наблюдений часто возникает необходимость сравнить две или несколько выборочных дисперсий. Основная гипотеза, которая при этом проверяется: можно ли считать сравниваемые выборочные дисперсии оценками одной и той же генеральной дисперсии.

$$s^2_{\{y\}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} s_i^2}{N} .$$

Дисперсию воспроизводимости проще всего рассчитывать, когда соблюдается равенство числа параллельных измерений во всех опытах. На практике число параллельных измерений, как правило, различно. В данном случае приходится пользоваться средним взвешенным значением дисперсий, взятых с учетом числа степеней свободы

$$s^2_{\{y\}} = \frac{s_1^2 f_1 + s_2^2 f_2 + \ldots + s_N^2 f_N}{f_1 + f_2 + \ldots + f_N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i s_i^2}{\sum_{i=1}^{N} f_i} .$$

Проверяется однородность результатов наблюдений.

При обработке наблюдений часто возникает необходимость сравнить две или несколько выборочных дисперсий. Основная гипотеза, которая при этом проверяется: можно ли считать сравниваемые выборочные дисперсии оценками одной и той же генеральной дисперсии. Для выборочных дисперсий разных объемов применяют критерий Бартлета. Далее находится величина

$$\frac{1}{c}\left(f \; lg^2_{\{y\}} - \sum_{i=1}^{N} f_i \; lg \, s_i^2 \right),$$

где

$$c = 0{,}43434\left[1 + \frac{1}{3(N-1)}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{f_i} - \frac{1}{f}\right)\right].$$

Здесь число степеней свободы равно (N-1), где N — число сравниваемых дисперсий. При планировании эксперимента типа 2^k оно равно числу опытов.

Величина $\frac{1}{c}\left(f\ lg_{\{y\}}^2 - \sum_{i=1}^{N} f_i\ lg\, s_i^2\right)$ приближенно подчиняется χ^2 распределению с (N-1) степенями свободы.

Гипотеза равенства генеральных дисперсий принимается, если

$$\frac{1}{c}\left(f\ lg_{\{y\}}^2 - \sum_{i=1}^{N} f_i\ lg\, s_i^2\right) \le \chi_{1-p}^2$$

при выбранном уровне значимости *p*.

Если выборочные дисперсии получены по выборкам одинаковых объемов $m_1 = m_2 = \ldots = m_N = m$, то для их сравнения используют более удобный и точный критерий Кохрена, который исследовал распределение отношения максимальной выборочной дисперсии к сумме всех дисперсий

$$G = \frac{s_{max}^2}{\sum_{i=1}^{N} s_i^2}.$$

Распределение случайной величины *G* зависит только от числа суммируемых дисперсий *N* и числа степеней свободы *f*, с которым определена каждая дисперсия: $f=m-1$. Если найденное по выборочным дисперсиям значение критерия Кохрена окажется меньше табличного

$$G \prec G_{1-p}(N, f),$$

то расхождение между дисперсиями можно считать случайным при выбранном уровне значимости *p*.

Если $G \succ G_{1-p}(N, f)$, то в данном опыте ($s_i^2 = max$) допущена ошибка. Необходимо выяснить источник ошибки. Целесообразно опыт повторить.

Определяется доверительный интервал, в котором с заданной точностью находится истинное значение отклика в *i*-м опыте:

$$\bar{y}_i - \frac{s_i}{\sqrt{m}} \cdot t_{f,1-p/2} \le y_i \le \bar{y}_i + \frac{s_i}{\sqrt{m}} \cdot t_{f,1-p/2},$$

где $f = (m - 1)$ — число степеней свободы.

Определяется относительная погрешность результатов измерений в опыте

$$\varepsilon = \frac{\Delta y_i}{\bar{y}_i} 100\% .$$

Литература

1. Адлер Ю.П. Введение в планирование эксперимента. М.: Металлургия, 1968. 155 с.